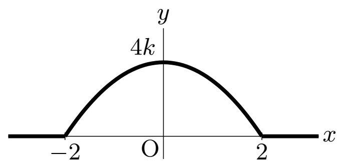
日 付	学 科	学 年	番 号	名 前

第3章 3 「連続型確率分布」「連続型確率変数の平均と分散」 第1回

例題 X の確率密度関数が

$$f(x)=\begin{cases} k(4-x^2) & (\,|x|\leqq 2\text{ のとき}) \\ 0 & (\,|x|>2\text{ のとき}) \end{cases}$$

で与えられるとき，定数 k の値を定め，確率 $P(-1\leqq X\leqq 1)$ の値を求めよ．



解 $\displaystyle\int_{-\infty}^{\infty} f(x)\,dx=\int_{-2}^{2} f(x)\,dx=2\int_{0}^{2} k(4-x^2)\,dx=2k\left[4x-\frac{x^3}{3}\right]_0^2=2k\left(8-\frac{8}{3}\right)=\frac{32k}{3}=1(\text{全確率})$

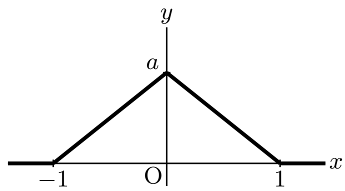
したがって，$\dfrac{32k}{3}=1$ より　$\therefore\quad k=\dfrac{3}{32}$

$$P(-1\leqq x\leqq 1)=\int_{-1}^{1} f(x)\,dx=2\int_{0}^{1}\frac{3}{32}(4-x^2)\,dx=2\cdot\frac{3}{32}\left[4x-\frac{x^3}{3}\right]_0^1=\frac{3}{16}\left(4-\frac{1}{3}\right)=\frac{11}{16}$$

1. X の確率密度関数が

$$f(x)=\begin{cases} a(1+x) & (\,-1\leqq x<0\text{ のとき}) \\ a(1-x) & (\,0\leqq x\leqq 1\text{ のとき}) \\ 0 & (\,\text{その他の }x\text{ のとき}) \end{cases}$$

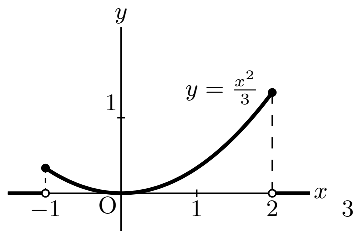
で与えられるとき，定数 a の値を定め，確率 $P(0.5\leqq X\leqq 1.5)$ の値を求めよ．



例題 X の確率密度関数が

$$f(x)=\begin{cases} \dfrac{x^2}{3} & (\,-1\leqq x\leqq 2\text{ のとき}) \\ 0 & (\,x<-1\,,\,x>2\text{ のとき}) \end{cases}$$

で与えられるとき，確率 $P(0\leqq X\leqq 1)$ の値および X の平均と分散を求めよ．



解 $P(0\leqq x\leqq 1)=\displaystyle\int_0^1\frac{x^2}{3}\,dx=\frac{1}{3}\left[\frac{x^3}{3}\right]_0^1=\frac{1}{9}$

$$E[X]=\int_{-\infty}^{\infty} xf(x)\,dx=\int_{-1}^{2} x\frac{x^2}{3}\,dx=\frac{1}{3}\left[\frac{x^4}{4}\right]_{-1}^2=\frac{16-1}{12}=\frac{5}{4}$$

$$E[X^2]=\int_{-\infty}^{\infty} x^2f(x)\,dx=\int_{-1}^{2} x^2\frac{x^2}{3}\,dx=\frac{1}{3}\left[\frac{x^5}{5}\right]_{-1}^2=\frac{32+1}{15}=\frac{11}{5}$$

$$V[X]=E[X^2]-E[X]^2=\frac{11}{5}-\left(\frac{5}{4}\right)^2=\frac{51}{80}$$

2. X の確率密度関数が

$$f(x)=\begin{cases} \dfrac{x^2}{18} & (\,-3\leqq x\leqq 3\text{ のとき}) \\ 0 & (\,x<-3\,,\,x>3\text{ のとき}) \end{cases}$$

で与えられるとき，確率 $P(0\leqq X\leqq 2)$ の値および X の平均と分散を求めよ．