

解答

1. 独立

2. 独立

3. (1) $\frac{21}{100}$ (2) $\frac{7}{30}$

4. (1) $\frac{45}{512}$ (2) $\frac{5}{56}$

5. (1) $\frac{9}{2048}$ (2) $\frac{2047}{2048}$

6. (1) $\frac{32}{6561}$ (2) $\frac{392}{2187}$

解説

1. $P(A) = \frac{6}{10} = \frac{3}{5}$, $P(B) = \frac{5}{10} = \frac{1}{2}$, $P(A \cap B) = \frac{3}{10}$ であり $P(A \cap B) = P(A)P(B)$ が成り立つ. よって, A と B は互いに独立である.

2. $P(A) = \frac{100}{400} = \frac{1}{4}$, $P(B) = \frac{80}{400} = \frac{1}{5}$, $P(A \cap B) = \frac{20}{400} = \frac{1}{20}$ であり $P(A \cap B) = P(A)P(B)$ が成り立つ. よって, A と B は互いに独立である.

3. 1回目に取り出した玉が赤玉である事象を A , 2回目に取り出した玉が白玉である事象を B とするとき, $P(A \cap B)$ が求める確率である.

(1) A と B は互いに独立だから $P(A \cap B) = P(A)P(B) = \frac{7}{10} \times \frac{3}{10} = \frac{21}{100}$

(2) 確率の乗法定理より $P(A \cap B) = P(A)P_A(B) = \frac{7}{10} \times \frac{3}{9} = \frac{7}{30}$

4. 1本目に当たりくじを引く事象を A , 2本目にはずれくじを引く事象を B , 3本目に当たりくじを引く事象を C とするとき, $P(A \cap B \cap C)$ が求める確率である.

(1) A , B , C は互いに独立だから

$$P(A \cap B \cap C) = P(A)P(B)P(C) = \frac{3}{8} \times \frac{5}{8} \times \frac{3}{8} = \frac{45}{512}$$

(2) 確率の乗法定理より

$$P(A \cap B \cap C) = P(A)P_A(B)P_{A \cap B}(C) = \frac{3}{8} \times \frac{5}{7} \times \frac{2}{6} = \frac{5}{56}$$

5. (1) 2枚とも表である確率は $\frac{1 \times 1}{2 \times 2} = \frac{1}{4}$ だから求める確率は

$${}^6C_5 \left(\frac{1}{4}\right)^5 \left(\frac{3}{4}\right) = 6 \times \frac{3}{4^6} = \frac{9}{2048}$$

(2) 1枚が表, 残り1枚が裏が少なくとも1回出る事象は, 6回すべて2枚とも表または6回すべて2枚とも裏が出る事象 (これらは互いに排反) の余事象で, 6回すべて2枚とも表である確率は $\left(\frac{1}{4}\right)^6$, 6回すべて2枚とも裏である確率も $\left(\frac{1}{4}\right)^6$ だから求める確率は

$$1 - 2 \times \left(\frac{1}{4}\right)^6 = \frac{2047}{2048}$$

6. (1) 1回の試行で目の和が5となるのは2個のさいころの目が(1, 4), (2, 3), (3, 2), (4, 1)の4つの場合だから, その確率は $\frac{4}{6 \times 6} = \frac{1}{9}$ である. よって求める確率は

$${}^4C_3 \left(\frac{1}{9}\right)^3 \left(\frac{8}{9}\right) = 4 \times \frac{8}{9^4} = \frac{32}{6561}$$

(2) 1回の試行で目の和が5または9となるのは2個のさいころの目が(1, 4), (2, 3), (3, 2), (4, 1), (3, 6), (4, 5), (5, 4), (6, 3)の8つの場合だから, その確率は $\frac{8}{6 \times 6} = \frac{2}{9}$ である. よって求める確率は

$${}^4C_2 \left(\frac{2}{9}\right)^2 \left(\frac{7}{9}\right)^2 = 6 \times \frac{2^2 \times 7^2}{9^4} = \frac{392}{2187}$$