

解答

1. 独立

2. 独立

3. (1)  $\frac{3}{100}$  (2)  $\frac{3}{95}$

4. (1)  $\frac{9}{25}$  (2)  $\frac{1}{3}$

5. (1)  $\frac{35}{128}$  (2)  $\frac{127}{128}$

6. (1)  $\frac{625}{11664}$  (2)  $\frac{20}{243}$

解説

1.  $P(A) = \frac{13}{52} = \frac{1}{4}$ ,  $P(B) = \frac{16}{52} = \frac{4}{13}$ ,  $P(A \cap B) = \frac{4}{52} = \frac{1}{13}$  であり  $P(A \cap B) = P(A)P(B)$  が成り立つ。よって、 $A$  と  $B$  は互いに独立である。

2.  $P(A) = \frac{250}{500} = \frac{1}{2}$ ,  $P(B) = \frac{166}{500} = \frac{83}{250}$ ,  $P(A \cap B) = \frac{83}{500}$  であり  $P(A \cap B) = P(A)P(B)$  が成り立つ。よって、 $A$  と  $B$  は互いに独立である。

3. 1枚目に3の倍数を取り出す事象を  $A$ , 2枚目に7の倍数を取り出す事象を  $B$  とするとき、 $P(A \cap B)$  が求める確率である。

(1)  $A$  と  $B$  は互いに独立だから

$$P(A \cap B) = P(A)P(B) = \frac{6}{20} \times \frac{2}{20} = \frac{3}{100}$$

(2) 確率の乗法定理より

$$P(A \cap B) = P(A)P_A(B) = \frac{6}{20} \times \frac{2}{19} = \frac{3}{95}$$

4. 1本目にはずれくじを引く事象を  $A$ , 2本目にはずれくじを引く事象を  $B$  とするとき、 $P(A \cap B)$  が求める確率である。

(1)  $A$  と  $B$  は互いに独立だから

$$P(A \cap B) = P(A)P(B) = \frac{6}{10} \times \frac{6}{10} = \frac{9}{25}$$

(2) 確率の乗法定理より

$$P(A \cap B) = P(A)P_A(B) = \frac{6}{10} \times \frac{5}{9} = \frac{1}{3}$$

5. (1)  ${}^7C_4 \left(\frac{1}{2}\right)^4 \left(\frac{1}{2}\right)^3 = \frac{7 \times 6 \times 5 \times 4}{4 \times 3 \times 2 \times 1} \times \frac{1}{2^7} = \frac{35}{128}$

(2) 少なくとも1回表が出る事象は7回とも裏が出る事象の余事象だから

$$1 - {}^7C_0 \left(\frac{1}{2}\right)^0 \left(\frac{1}{2}\right)^7 = 1 - \frac{1}{2^7} = \frac{127}{128}$$

6. (1)  ${}^6C_3 \left(\frac{1}{6}\right)^3 \left(\frac{5}{6}\right)^3 = \frac{6 \times 5 \times 4}{3 \times 2 \times 1} \times \frac{5^3}{6^6} = \frac{625}{11664}$

(2)  ${}^6C_4 \left(\frac{2}{6}\right)^4 \left(\frac{4}{6}\right)^2 = \frac{6 \times 5 \times 4 \times 3}{4 \times 3 \times 2 \times 1} \times \frac{2^2}{3^6} = \frac{20}{243}$