

日付	学科	学年	番号	名前
/				

第4章 1 「線形変換の定義」「線形変換の基本性質」 第2回

1. 次の線形変換を表す行列を求める。空欄□に数字を入れ行列を完成させよ。また、点 $(-1, 1)$ の像を求めよ。

(1) $\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4x - 2y \\ 3x + 2y \end{pmatrix}$ のとき,

(2) $\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -x + y \\ 5y \end{pmatrix}$ のとき,

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \square & \square \\ \square & \square \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \square & \square \\ \square & \square \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$$

2. ベクトル $\begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 4 \\ -1 \end{pmatrix}$ をそれぞれ $\begin{pmatrix} 5 \\ 9 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \end{pmatrix}$ に移す線形変換を表す行列 A を求めよ。

3. 線形変換 f によって、ベクトル p, q はそれぞれ $\begin{pmatrix} 1 \\ 4 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -2 \\ -3 \end{pmatrix}$ に移されるとする。このとき、次のベクトルはどのようなベクトルに移されるか。

(1) $p + q$

(2) $p - q$

(3) $3p - 6q$

例題 行列 $\begin{pmatrix} 1 & 3 \\ -2 & 4 \end{pmatrix}$ で表される線形変換 f によって、直線 $y = x$ はどのような図形に移されるか。

解 直線 $y = x$ 上の点 P を $P(x, y)$, f による点 P の像を $P'(x', y')$ とおく。点 $P'(x', y')$ の満たす図形がわかれば良い。点 P と点 P' の関係 $\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ -2 & 4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ より,

$$x' = x + 3y \cdots \text{①} \quad \text{および} \quad y' = -2x + 4y \cdots \text{②}$$

を得る。 $y = x$ を①と②へ代入して、 $x' = 4x, y' = 2x$ となることがわかる。 x を消去して $y' = \frac{1}{2}x'$ を得る。よって、直線 $y = x$ の f による像は、直線 $y = \frac{1}{2}x$ となることがわかる。

4. 行列 $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$ で表される線形変換 f によって、直線 $y = 3x$ はどのような図形に移されるか。