

解答

1. (1)  $D_{11} = -2, D_{23} = -3, D_{31} = -6$  (2)  $D_{12} = 5, D_{22} = 13, D_{32} = -2$

2. 正則である.  $B^{-1} = \frac{1}{13} \begin{pmatrix} 4 & 7 & -8 \\ 3 & -11 & 7 \\ 1 & 5 & -2 \end{pmatrix}$

3.  $x = -\frac{5}{7}, y = -1, z = \frac{6}{7}$

解説

1. (1)  $D_{11} = \begin{vmatrix} 4 & 2 \\ 3 & 1 \end{vmatrix} = 4 - 6 = -2, D_{23} = \begin{vmatrix} 1 & -3 \\ -2 & 3 \end{vmatrix} = 3 - 6 = -3, D_{31} = \begin{vmatrix} -3 & 0 \\ 4 & 2 \end{vmatrix} = -6 - 0 = -6$

(2)  $D_{12} = \begin{vmatrix} 1 & -2 \\ 1 & 3 \end{vmatrix} = 3 + 2 = 5, D_{22} = \begin{vmatrix} 3 & -4 \\ 1 & 3 \end{vmatrix} = 9 + 4 = 13, D_{32} = \begin{vmatrix} 3 & -4 \\ 1 & -2 \end{vmatrix} = -6 + 4 = -2$

2. 教科書 87 ページのサラスの方法を用いて行列式を計算すると,

$$|B| = 0 - 16 - 3 - 4 + 10 + 0 = -13 \neq 0$$

よって, 正則である.  $(i, j)$  成分の小行列式を  $D_{ij}$  と表すと,

$$B^{-1} = \frac{1}{-13} \begin{pmatrix} D_{11} & -D_{21} & D_{31} \\ -D_{12} & D_{22} & -D_{32} \\ D_{13} & -D_{23} & D_{33} \end{pmatrix} = \frac{1}{-13} \begin{pmatrix} -4 & -7 & 8 \\ -3 & 11 & -7 \\ -1 & -5 & 2 \end{pmatrix} = \frac{1}{13} \begin{pmatrix} 4 & 7 & -8 \\ 3 & -11 & 7 \\ 1 & 5 & -2 \end{pmatrix}$$

3. 教科書 110 ページのクラメルの公式を用いる.

$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 3 & -5 & -1 \\ 4 & -3 & 1 \end{pmatrix}$  とおくと,  $|A| = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 3 & -5 & -1 \\ 4 & -3 & 1 \end{vmatrix} = 7$  であり,

$$\Delta_1 = \begin{vmatrix} 0 & 1 & 2 \\ 2 & -5 & -1 \\ 1 & -3 & 1 \end{vmatrix} = -5, \quad \Delta_2 = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 3 & 2 & -1 \\ 4 & 1 & 1 \end{vmatrix} = -7, \quad \Delta_3 = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 3 & -5 & 2 \\ 4 & -3 & 1 \end{vmatrix} = 6$$

よって

$$x = \frac{\Delta_1}{|A|} = -\frac{5}{7}, \quad y = \frac{\Delta_2}{|A|} = -1, \quad z = \frac{\Delta_3}{|A|} = \frac{6}{7}$$