

解答

1. (1) $D_{11} = 2, D_{12} = 1$

(2) $D_{21} = 1, D_{22} = 4$

2. (1) 正則である. $B^{-1} = \frac{1}{8} \begin{pmatrix} 0 & -2 \\ 4 & 1 \end{pmatrix}$

(2) 正則である. $C^{-1} = \frac{1}{16} \begin{pmatrix} 8 & 0 \\ -3 & 2 \end{pmatrix}$

3. $x = 2, y = -1$

解説

1. 教科書 90 ページにある通り, 1 次の行列式は $|a_{11}| = a_{11}$ となることに注意する.

(1) $D_{11} = |2| = 2, D_{12} = |1| = 1$

(2) $D_{21} = |1| = 1, D_{22} = |4| = 4$

2. (i, j) 成分の小行列式を D_{ij} と表す.

(1) $|B| = 0 + 8 = 8 \neq 0$ だから, 正則である.

$$B^{-1} = \frac{1}{8} \begin{pmatrix} D_{11} & -D_{21} \\ -D_{12} & D_{22} \end{pmatrix} = \frac{1}{8} \begin{pmatrix} 0 & -2 \\ 4 & 1 \end{pmatrix}$$

(2) $|C| = 16 - 0 = 16 \neq 0$ だから, 正則である.

$$C^{-1} = \frac{1}{16} \begin{pmatrix} D_{11} & -D_{21} \\ -D_{12} & D_{22} \end{pmatrix} = \frac{1}{16} \begin{pmatrix} 8 & 0 \\ -3 & 2 \end{pmatrix}$$

3. 教科書 110 ページのクラメルの公式を用いる.

$A = \begin{pmatrix} 3 & -4 \\ 4 & 7 \end{pmatrix}$ とおくと,

$$|A| = \begin{vmatrix} 3 & -4 \\ 4 & 7 \end{vmatrix} = 37, \quad \Delta_1 = \begin{vmatrix} 10 & -4 \\ 1 & 7 \end{vmatrix} = 74, \quad \Delta_2 = \begin{vmatrix} 3 & 10 \\ 4 & 1 \end{vmatrix} = -37$$

よって

$$x = \frac{\Delta_1}{|A|} = \frac{74}{37} = 2, \quad y = \frac{\Delta_2}{|A|} = \frac{-37}{37} = -1$$