第２章 3 「消去法」 第３回

解答

1. (1) $x=3,\ y=-1$ (2) $x=6,\ y=-4,\ z=2$

2. (1) $x=t,\ y=3-2t,\ z=t$ (t は任意の数) (2) 解はない

解説

1.

(1) $$\left(\begin{array}{cc|c} 1 & 2 & 1 \\ 5 & 8 & 7 \end{array}\right) \xrightarrow{2\text{行}-1\text{行}\times 5} \left(\begin{array}{cc|c} 1 & 2 & 1 \\ 0 & -2 & 2 \end{array}\right)$$

連立方程式に戻すと $\begin{cases} x+2y=1 \\ \quad -2y=2 \end{cases}$

よって $x=3,\ y=-1$

(2) $$\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 2 & 3 & 4 & 8 \\ 3 & 7 & 6 & 2 \end{array}\right) \xrightarrow[3\text{行}-1\text{行}\times 3]{2\text{行}-1\text{行}\times 2} \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 0 & -1 & -2 & 0 \\ 0 & 1 & -3 & -10 \end{array}\right) \xrightarrow{3\text{行}+2\text{行}\times 1} \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 0 & -1 & -2 & 0 \\ 0 & 0 & -5 & -10 \end{array}\right)$$

最後の行列を連立方程式に戻すと $\begin{cases} x+2y+3z=4 \\ \quad -y-2z=0 \\ \qquad -5z=-10 \end{cases}$

よって $x=6,\ y=-4,\ z=2$

2.

(1) $$\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 3 \\ 2 & 3 & 4 & 9 \\ 3 & 4 & 5 & 12 \end{array}\right) \xrightarrow[3\text{行}-1\text{行}\times 3]{2\text{行}-1\text{行}\times 2} \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 3 \\ 0 & 1 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & 2 & 3 \end{array}\right) \xrightarrow{3\text{行}-2\text{行}\times 1} \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 3 \\ 0 & 1 & 2 & 3 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{array}\right)$$

最後の行列を連立方程式に戻すと $\begin{cases} x+\ y+\ z=3 \\ \quad y+2z=3 \\ 0x+0y+0z=0 \end{cases}$

第３式はどのような $x,\ y,\ z$ に対しても成り立つから省いてよい．

これより

$$\begin{cases} x+y+\ z=3 \\ \quad y+2z=3 \end{cases}$$

$z=t$ とおいて $x,\ y$ を求めると $y=3-2t,\ x=t$

以上より求める解は

$$\begin{cases} x=t \\ y=3-2t \qquad (t\text{ は任意の数}) \\ z=t \end{cases}$$

(2) $$\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -2 & 1 & -1 \\ -1 & -1 & 2 & 1 \\ 2 & -1 & -1 & 1 \end{array}\right) \xrightarrow[3\text{行}-1\text{行}\times 2]{2\text{行}+1\text{行}\times 1} \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -2 & 1 & -1 \\ 0 & -3 & 3 & 0 \\ 0 & 3 & -3 & 3 \end{array}\right) \xrightarrow{3\text{行}+2\text{行}\times 1} \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -2 & 1 & -1 \\ 0 & -3 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 3 \end{array}\right)$$

最後の行列を連立方程式に戻すと $\begin{cases} x-2y+\ z=-1 \\ \quad -3y+3z=0 \\ 0x+0y+0z=3 \end{cases}$

第３式はどのような $x,\ y,\ z$ に対しても成り立たない．

したがって，この連立方程式は解をもたない．