

第2章 3 「消去法」 第1回

解答

1. (1) $x = -2, y = 3$

(2) $x = 3 - 2t, y = t$ (t は任意の数)

(3) 解はない

解説

1. (1)
$$\left(\begin{array}{cc|c} 1 & 3 & 7 \\ 3 & 8 & 18 \end{array} \right) \xrightarrow{2 \text{ 行} - 1 \text{ 行} \times 3} \left(\begin{array}{cc|c} 1 & 3 & 7 \\ 0 & -1 & -3 \end{array} \right)$$

連立方程式に戻すと
$$\begin{cases} x + 3y = 7 \\ -y = -3 \end{cases}$$

よって $x = -2, y = 3$

(2)
$$\left(\begin{array}{cc|c} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 8 & 12 \end{array} \right) \xrightarrow{2 \text{ 行} - 1 \text{ 行} \times 4} \left(\begin{array}{cc|c} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 0 & 0 \end{array} \right)$$

最後の行列を連立方程式に戻すと
$$\begin{cases} x + 2y = 3 \\ 0x + 0y = 0 \end{cases}$$

第2式はどのような x, y に対しても成り立つから省いてよい.

これより

$$x + 2y = 3$$

$y = t$ とおいて x を求めると $x = 3 - 2t$

以上より求める解は

$$\begin{cases} x = 3 - 2t \\ y = t \end{cases} \quad (t \text{ は任意の数})$$

(3)
$$\left(\begin{array}{cc|c} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 8 & 15 \end{array} \right) \xrightarrow{2 \text{ 行} - 1 \text{ 行} \times 4} \left(\begin{array}{cc|c} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 0 & 3 \end{array} \right)$$

連立方程式に戻すと
$$\begin{cases} x + 2y = 3 \\ 0x + 0y = 3 \end{cases}$$

第2式はどのような x, y に対しても成り立たない.

したがって、この連立方程式は解をもたない.